

**Universidad de Granada**  
**Departamento de Análisis Matemático**  
**Asignatura: Análisis IV (variable compleja)**  
**Curso: 4<sup>o</sup> de Matemáticas (Fundamental)**

**Ejercicios para hacer en casa**

1. Para  $z \neq -1$  sea  $f(z) = \frac{1}{z} \left( e^{-z} - \frac{1}{1+z} \right)$  y  $f(0) = 0$ .

a) Justifíquese que  $f$  es holomorfa en el abierto  $\mathbb{C} \setminus \{-1\}$ .

b) Intégrese dicha función a lo largo de la frontera de la parte del disco  $D(0, R)$  que queda en el primer cuadrante para calcular el valor de la integral

$$\int_0^{+\infty} \frac{\operatorname{sen} x}{x} dx$$

2. Sea  $\alpha = e^{i\pi/4}$  y  $R > 0$ . Intégrese la función  $f(z) = \operatorname{cosec}(\pi z) \exp(i\pi z^2)$  a lo largo de la poligonal cerrada  $\Gamma(R) = [-\frac{1}{2} - R\alpha, \frac{1}{2} - R\alpha, \frac{1}{2} + R\alpha, \frac{-1}{2} + R\alpha, \frac{-1}{2} - R\alpha]$  para calcular el valor de la integral

$$\int_0^{+\infty} e^{-x^2} dx$$

La poligonal indicada es como la de la figura:

Indíquese qué resultados de teoría se usan para hacer cada uno de los ejercicios.

Fecha de entrega: 4 de mayo.

